Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen i Transformer (TNDE 24)

för TL, MK

2006-05-26 kl. 8.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-363320. **Tillåtna hjälpmedel: bifogad formelsamling.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parantes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Beräkna Fourierserien för en funktion f som för $0 \leq t < 2$ definieras genom

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{för} \quad 0 \leq t < 1 \\ 1 & \text{för} \quad 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

och som är periodisk med perioden $T = 2$.

2. Beräkna summan av serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

genom att tillämpa Parsevals identitet till funktionen f som för $-\pi < t < \pi$ ges av $f(t) = t$ och som är periodisk med perioden $T = 2\pi$.

3. Fouriertransformera funktionerna

$$\text{a)} \quad te^{-t^2}, \qquad \text{b)} \quad t^2 e^{-t^2}.$$

(1.5+1.5p)

4. Ange den inversa Fouriertransformen för funktionen

$$\frac{\omega}{1 + i\,\omega}.$$

5. Lös följande BVP (begynnelsevärdesproblemet) för $t > 0$:

$$y''(t) + 5y(t) = 2\cos(t\sqrt{5}), \quad y(0) = 0, \; y'(0) = 1$$

6. Lös differensekvationen

$$x_{n+2} = \frac{1}{3}x_{n+1} + \frac{2}{3}x_n, \quad x_0 = 0, \; x_1 = 1$$

7. Visa direkt ur definitionen av Laplacetransformen (L1) att om $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ så gäller att $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F(\frac{s}{a})$ där $a > 0$ (dvs visa formeln (L5) på formelbladet).