Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen i Transformer (TNDE 24)
för TL, MK
2007-01-11 kl. 08.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. **Tillåtna hjälpmedel: bifogad formelsamling.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parantes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Ange Fourierserien för en funktion f som för $-1 < t < 1$ ges av

$$f(t) = \begin{cases} t+1 & \text{ifall } 0 < t < 1 \\ t-1 & \text{ifall } -1 < t < 0 \end{cases}$$

och som är periodisk med perioden $T = 2$.

2. Visa att om en periodisk funktion f är udda så är alla koefficienterna a_n i dess Fourierserie lika med noll.

3. Fouriertransformera funktionerna

$$\text{a)} \quad \frac{1}{t^2+1} \qquad\qquad \text{b)} \quad \frac{t}{(t^2+1)^2}$$

(1.5+1.5p)

4. Använd Plancherels formel (sid. 3 i formelbladet) för att beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{(\omega^2+4)^2}.$$

5. Lös (för $t > 0$) följande system av differentialekvationer:

$$x'(t) + y(t) = t, \quad x(t) + y'(t) = 0$$

med bivillkor $x(0) = y(0) = 0$.

6. Lös differensekvationen

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = \delta_n, \;\; n = 0, 1, 2, \ldots$$

med begynnelsevillkoren $x_0 = x_1 = 0$.

7. Visa att om följden $\{x_n\}$ har Z-transformen $X(z)$ så har följden $\{a^n x_n\}$ Z-transformen $X(z/a)$, där $a \neq 0$ (dvs. visa formeln (Z3) i formelbladet).