

Krzysztof Marciniak, ITN
 Linköpings universitet
 tel. 011-36 33 20
 krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys I (TNIU 22)
 för BI

2008-12-16 kl. 08.00—13.00

Jour: Peter Holgersson, tel.0705-199992. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n + 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Ange inversen (inklusive dess definitionsmängd) till funktionen

$$f : [0, \sqrt{\ln 2}] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{e^{x^2} + 1}.$$

2. Beräkna följande gränsvärden:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}}{x - 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x^2)}{\sin x + \arctan x}$

(1+1+1p)

3. Avgör om följande funktion är deriverbar i 0:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x^2}{x} & \text{för } x \neq 0 \\ 0 & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

4. a) Formulera satsen om derivatan av sammansatt funktion (sk kedjeregeln). (1p)

- b) Derivera följande funktioner

i) $\cos\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$ ii) $\ln\left(x + \sqrt{x^2 + 7}\right)$

(1+1p)

5. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2}{x + 2}$$

med angivande av alla dess extrempunkter, asymptoter och intervaller av konvexitet och konkavitet.

6. Skriv om, med hjälp av Eulers formler, uttrycket $\sin x \cos 5x$.

7. a) Definiera begreppet *primitiv funktion*. (1p)

- b) Beräkna följande integraler

i) $\int \frac{x}{1 + 4x^2} dx$ ii) $\int x^2 \cos x dx$

(1+1p)