

Krzysztof Marciniak, ITN
 Linköpings universitet
 tel. 011-36 33 20
 krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys I (TNIU 22)
 för BI
 2009-08-19 kl. 14.00—19.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n \pm 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Beräkna följande gränsvärden

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2}{x^2 + 5x - 6} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\tan x}$$

(1+1+1p)

2. Visa att funktionen

$$f: \left[\frac{\pi}{2}, 0 \right] \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = e^{\sin x}$$

är inverterbar. Ange inversen f^{-1} inklusive dess definitions- och värdemängd.

3. a) Definiera vad det betyder att en funktion är kontinuerlig i en punkt. (1p)

b) Välj konstanten A så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{x+x^2}{\sin 3x} & \text{för } x \neq 0 \\ A & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i 0. (2p)

4. a) Formulera satsen om derivatan av sammansatt funktion (s.k. kedjeregeln). (1p)

b) Derivera följande funktioner

$$\text{i) } \arctan(e^{\sin x}) \quad \text{ii) } \frac{\ln(\cos x)}{1-x^2}$$

(1+1p)

5. a) Formulera medelvärdessatsen för derivator. (1p)

b) Visa med hjälp av satsen i a) att $\frac{1}{1+x} < 1 + \frac{1}{2}x$ för $x > 0$. (2p)

6. Ange samtliga komplexa tal som uppfyller sambandet $z^2 + 2iz + 3 = \operatorname{Re} z + 2 \operatorname{Im} z$.

7. a) Ange och bevisa formeln för beräkning av integralen $\int_{f(x)}^{f^0(x)} dx$. (2p)

b) Räkna ut integralen $\int \frac{x^3}{x^4+1} dx$. (1p)