

Krzysztof Marciniak, ITN  
 Linköpings universitet  
 tel. 011-36 33 20  
 krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys (TNIU 70)  
 för BI  
 2008-12-16 kl. 08.00—13.00

Jour: Peter Holgersson, tel. 0705-199992. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget  $n$  ( $n = 3, 4, 5$ ) krävs  $3n + 1$  p. För att få full poäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Ange inversen (inklusive dess definitions- och värdemängd) till funktionen

$$f : [0, \sqrt{\ln 2}] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{e^{x^2} + 1}.$$

2. Beräkna följande gränsvärden:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$     b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x + 1}{x^2 + 2x}$     c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x^2)}{\sin x + \arctan x}$

(1+1+1p)

3. Avgör om följande funktion är deriverbar i 0:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x^2}{x} & \text{för } x \neq 0 \\ 0 & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

4. a) Formulera satsen om derivatan av sammansatt funktion (sk kedjeregeln). (1p)

- b) Derivera följande funktioner

i)  $\cos\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$     ii)  $\ln\left(x + \sqrt{x^2 + 7}\right)$

(1+1p)

5. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2}{x + 2}$$

med angivande av alla dess extrempunkter, asymptoter och intervaller av konvexitet och konkavitet.

6. Skriv om, med hjälp av Eulers formler, uttrycket  $\sin x \cos 5x$ .

7. a) Formulera medelvärdessatsen för derivator. (1p)

- b) Illustrera satsen i a) genom att hitta en punkt  $t \in ]1, 2[$  där tangenten till kurvan

$$y = f(x) = \frac{1}{x}$$

är parallell med linjen som förenar punkterna  $(1, f(1))$  och  $(2, f(2))$ . (2p)