

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-36 33 20
krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys (TNIU 70)
för BI

2009-04-15 kl. 08.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n \pm 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Beräkna följande gränsvärden

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 5x - 14} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 5x - 14} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\cos x}$$

(1+1+1p)

2. a) Definiera begreppet *sammansättning* av funktioner. (1p)

b) Beräkna sammansättningen $f \pm g$ för $f(x) = e^{\sin x}$ och $g(x) = \arcsin(\ln x)$ för $x \in \left[\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi \right]$. (2p)

3. a) Visa att om en funktion är deriverbar i en punkt så är den även kontinuerlig i denna punkt. (1p)

b) Undersök om funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arcsin 2x}{3x} & \text{för } x \neq 0 \\ 1 & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

är deriverbar i 0.

(2p)

4. Ange alla komplexa tal z som uppfyller villkoret $z\bar{z} = \operatorname{Im} z$.

5. Ange största och minsta värde för funktionen $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ som ges av $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + 4$.

6. a) Formulera satsen om derivatan av invers funktion. (1p)

b) Beräkna $f^{-1}(1)$ för $f(x) = e^x - \sin x + 3x$. (2p)

7. Visa att derivatan av en jämn funktion är alltid en udda funktion.