

Krzysztof Marciniaik, ITN
 Linköpings universitet
 tel. 011-36 33 20
 krmza@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys I (TNIU 22)
 för BI
 2009-12-16 kl. 08.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniaik, tel.011 - 36 33 20. **Inga hjälpmmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Beräkna följande gränsvärden:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 5x + 7}{x^4 - 5x + 1} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x - 2|}{x^2 - 4} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{3x - 2} - 1} \quad (1+1+1\text{p})$$

2. Visa att funktionen $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2)$ är inverterbar och ange inversen f^{-1} inklusive dess definitions- och värdemängd.
 3. a) Definiera vad det betyder att en funktion f är deriverbar i en punkt $a \in D_f$.
 b) Undersök för vilka reella p funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^p \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{för } x \neq 0 \\ 0 & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

är deriverbar i 0. (2p)

4. Rita funktionen

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$

med angivande av samtliga extempunkter, asymptoter samt intervaller av konvexitet och konkavitet.

5. a) Formulera satsen om derivatan av invers funktion.
 b) Beräkna $(f^{-1})'(6)$ om $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$. (2p)

6. Beräkna z^{20} där

$$z = \frac{1+i}{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}$$

Svaret skall anges på formen $x + iy$.

7. a) Formulera och bevisa formeln för partiell integration.
 b) Beräkna integralen

$$\int x \arctan x \, dx \quad (2p)$$