

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys I (TNIU 22)

för BI

2010-12-16 kl. 08.00—13.00

Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3,4,5$) krävs $3n - 1$ p. För att få maxpoäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje ev. deluppgift är värd.

1. Beräkna följande gränsvärden:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 2x - 8} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x + \sin x} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$$

(1+1+1p)

2. Beräkna tangenten till kurvan

$$y = \frac{\sin x}{1 + x^2}$$

i punkten där $x = \pi$.

3. a) Formulera satsen om derivatan av sammansatt funktion (s.k. kedjeregeln). (1p)

b) Derivera funktionen

$$\arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$$

(2p)

4. Betrakta funktionen $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ som ges av $f(x) = e^x + x$.

a) Visa att f är inverterbar. (1p)

b) Ange inversens definitionsmängd $D_{f^{-1}}$ och värdemängd $V_{f^{-1}}$. (1p)

c) Beräkna inversens derivata i punkten 1 dvs. beräkna $(f^{-1})'(1)$. (1p)

5. Betrakta funktionen

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

Ange funktionens inflektionspunkter samt de intervall där f är strängt konvex resp. strängt konkav.

6. Bestäm största och minsta värde av funktionen $f(x) = x^3 - x^2$ på intervallet $-1 \leq x \leq 1$.

7. a) Visa att funktionen $F(x) = \ln \left| x + \sqrt{x^2 + k} \right|$ är en primitiv funktion till $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + k}}$. (1.5p)

b) Beräkna integralen

$$\int x^2 \ln x \, dx$$

(1.5p)