Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys I (TNIU 22)

för BI

2011-04-28 kl. 08.00—13.00

Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3,4,5$) krävs $3n-1$p. För att få maxpoäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje ev. deluppgift är värd.

1. a) Visa att funktionen
$$f : [\ln 2, \ln 3] \to \mathbf{R}, \quad f(x) = \ln(e^x - 1)$$
är inverterbar. (1p)
b) Ange den inversa funktionen f^{-1} samt dess värdemängd $V_{f^{-1}}$ och definitionsmängd $D_{f^{-1}}$. (2p)

2. Beräkna följande gränsvärden
$$\text{a)} \lim_{x\to 0} \frac{x + x\cos x}{\sin x \cos x} \qquad \text{b)} \lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 2x^2} \qquad \text{c)} \lim_{x\to -\infty} \frac{x^3 - 2}{|x|^3 + 1}$$
(1+1+1p)

3. Undersök om funktionen
$$f(x) = \begin{cases} x + x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{för } x \neq 0 \\ 0 & \text{för } x = 0 \end{cases}$$
har en tangent i origo. Bestäm den i så fall.

4. a) Formulera satsen om derivatan av sammansatt funktion (s.k. kedjeregeln). (1p)
b) Beräkna derivatan av funktionen
$$f(x) = \arcsin\sqrt{1 - x^2}, \quad x \in \,]-1, 1[$$
(2p)

5. Ange $f_{\max}$ och $f_{\min}$ (dvs. största och minsta värde) för funktionen
$$f : [0, \pi] \to \mathbf{R}, \quad f(x) = x + 2\cos x$$

6. Tillämpa differentialkalkylens medelvärdessats till funktionen $f(x) = \cos x + \frac{1}{2}x^2$ för att visa att
$$\cos x > 1 - \frac{1}{2}x^2 \quad \text{för } x > 0$$

7. a) Formulera och bevisa satsen om partiellintegration. (1p)
b) Beräkna integralen
$$\int x^3 \sin x \, dx$$
(2p)