

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys I (TNIU 22)

för BI

2012-12-19 kl. 08.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3,4,5$) krävs $4n - 4$ p. För att få maxpoäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje ev. deluppgift är värd.

1. Undersök om funktionen som ges av

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arctan 2x}{3x} & \text{för } x \neq 0 \\ A & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

kan göras kontinuerlig genom ett lämpligt val av konstanten A .

2. Använd definitionen av derivata för att derivera funktionen

$$f(x) = x^3 + \sqrt{x}$$

3. a) Visa att funktionen

$$f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = e^{2x} + 2 \sin x$$

är inverterbar.

(1p)

- b) Ange inversens definitionsmängd $D_{f^{-1}}$ och värdemängd $V_{f^{-1}}$.

(1p)

- c) Beräkna derivatan av f^{-1} i punkten 1, dvs. ange $(f^{-1})'(1)$.

(1p)

4. a) Formulera satsen om derivatan av sammansatt funktion (s.k. kedjeregeln).

(1p)

- b) Ange derivator av följande funktioner:

$$\text{i) } f(x) = \ln \left| x + \sqrt{x^2 + 5} \right| \quad \text{ii) } g(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

(1+1p)

5. Betrakta funktionen

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

Ange funktionens inflektionspunkter samt de intervall där f är strängt konvex resp. strängt konkav.

6. Beräkna

$$\left(\frac{\sqrt{3} - i}{2} \right)^{12}$$

Svaret skall anges på formen $x + iy$.

7. a) Formulera satsen om partiell integration.

(1p)

- b) Beräkna följande integraler

$$\text{i) } \int x \ln |x| dx \quad \text{ii) } \int x e^x dx$$

(1+1p)