Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys I (TNIU 22)

för BI

2013-03-25 kl. 14.00—19.00

Jour: Sixten Nilsson, tfn 011-36 33 17. **Inga hjälpmedel är tillåtna**. Varje uppgift bedöms med 0-3 poäng. För betyget n ($n = 3,4,5$) krävs $4n - 4$ poäng. För att få maxpoäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje ev. deluppgift är värd.

1. a) Visa att funktionen
$$f : [1, e] \to \mathbf{R}, \quad f(x) = \tan(\ln x)$$
är inverterbar. (1p)

   b) Bestäm den inversa funktionen f^{-1} inklusive dess definitionsmängd $D_{f^{-1}}$ och värdemängd $V_{f^{-1}}$.(2p)

2. Beräkna tangenten till kurvan
$$y = \frac{x}{1 + x^2}$$
i den av kurvans inflektionspunkter som uppfyller kravet $x > 0$.

3. Avgör om följande funktion är deriverbar i 0:
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin\left(x^2\right)}{x} & \text{för } x \neq 0 \\ 0 & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

4. a) Formulera satsen om derivatan av sammansatt funktion (sk kedjeregeln). (1p)

   b) Derivera följande funktioner
$$\text{i)} \quad \cos\left(\frac{1}{1+x^2}\right) \qquad \text{ii)} \quad \ln\left|x + \sqrt{x^2+7}\right|$$
(1+1p)

5. Beräkna $2e^{i\pi/3} + \sqrt{2}e^{-i\pi/4} + i$. Svaret skall anges både på formen $x + iy$ och $re^{i\varphi}$ (dvs både på kartesisk och polär form).

6. a) Formulera medelvärdessats för derivator. (1p)

   b) Visa med hjälp av satsen i a) att $1 + a \leq e^a$ för alla reella tal a. (2p)

7. a) Formulera satsen om partiell integration. (1p)

   b) Beräkna integralen
$$\int e^x \sin x \, dx$$
(2p)