

Krzysztof Marciniak, ITN  
Linköpings universitet  
tfn 011-36 33 20  
krzma@itn.liu.se

## Tentamen TEN1 i Envariabelanalys I (TNIU 22)

för BI

2013-08-26 kl. 08.00–13.00

**Jour:** Peter Holgersson, tfn 0705-199992. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3 poäng. För betyget  $n$  ( $n = 3,4,5$ ) krävs  $4n-4$  poäng. För att få maxpoäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje ev. deluppgift är värd.

1. Beräkna följande gränsvärden

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 3x} \right) \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{\sin 3x}$$

(1+1+1p)

2. Lös ekvationen

$$\arcsin(2x) = \arccos(3x)$$

3. a) Definiera begreppet *derivata av funktion  $f$  i punkten  $x \in D_f$* . (1p)

b) Derivera, med hjälp av definitionen ovan, följande funktioner

$$\text{i) } f(x) = \tan x \quad \text{ii) } f(x) = \frac{x + 1}{x + 2}$$

(1+1p)

4. a) Visa att funktionen

$$f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \sin^3 x + \sin x$$

är inverterbar. (1p)

b) Bestäm derivatan av den inversa funktionen  $f^{-1}$  i punkten  $\frac{3}{2\sqrt{2}}$  dvs bestäm  $(f^{-1})' \left( \frac{3}{2\sqrt{2}} \right)$ . (2p)

5. Ange alla komplexa tal som uppfyller ekvationen  $z^2 + 2iz - 5 = 0$ .

6. Ange största och minsta värde för funktionen

$$f : [-3, 3] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = |x^2 - x - 2|$$

samt alla de punkter i funktionens definitionsmängd där dessa värden antas.

7. a) Definiera begreppet *primitiv funktion*. (1p)

b) Ange och bevisa formeln för

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$$

(0.5+0.5p)

c) Beräkna integralen

$$\int \frac{1}{(1 + x^2) \arctan x} dx$$

(1p)