

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)
för BI

2009-03-13 kl. 08.00-13.00

Jour: Sixten Nilsson, tel. 011-36 33 17. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. a) Definiera begreppet *integrerande faktor*. (1p)

b) Lös (dvs. ange den allmänna lösningen till) ekvationen

$$xy' + 2y = e^x. \quad (2p)$$

2. Har differentialekvationen

$$y'' + y' = 2x - \sin x$$

någon lösning som tangerar x -axeln i origo? Ange den i så fall.

3. Ett (obegränsat) område instängd mellan kurvan $y = e^{-x}$, x -axeln samt linjen $x = 1$ roteras ett varv kring x -axeln. Beräkna den uppkomna kroppens volym.

4. Beräkna integralen

$$\int \frac{2x + 1}{x^3 + 3x^2 + 2x} dx.$$

5. Betrakta funktionen

$$f(x) = \begin{cases} a \cos^2 x & \text{för } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

a) Välj konstanten $a \in \mathbb{R}$ så att f är en täthetsfunktion för någon stokastisk variabel X . (1p)

b) Ange förväntad värde $E(X)$. (1p)

c) Beräkna även sannolikheten $P(0 \leq X \leq \frac{\pi}{4})$. (1p)

6. a) Formulera Taylorsatsen om approximation av funktioner med polynom. (1p)

b) Beräkna

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x^3} \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} \quad (1+1p)$$

7. a) Formulera analysens huvudsats. (1p)

b) Ange samtliga funktioner som uppfyller sambandet

$$y(x) = x + \int_0^x y^2(t) dt.$$

Tips: derivera ledvis och lös differentialekvationen som uppstår.

(2p)