

Krzysztof Marciniak, ITN  
Linköpings universitet  
tel. 011-36 33 20  
e-post: krzma@itn.liu.se

## Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)

för BI

2009-06-10 kl. 08.00-13.00

**Jour:** Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget  $n$  ( $n = 3, 4, 5$ ) krävs  $3n - 1$  p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. a) Definiera begreppet *separabel differentialekvation av 1:a ordningen*. (1p)

b) Ange den lösning av differentialekvationen

$$y' = (1 + y^2)(1 - x^2)$$

som går genom punkten  $(0, 1)$ . (2p)

2. Lös (dvs. ange samtliga lösningar till) differentialekvationen

$$y'' + y = xe^{2x}.$$

3. En kontinuerlig stokastisk variabel  $X$  har fördelningsfunktionen

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x, \quad x \in \mathbf{R}$$

a) För vilket värde på den positiva konstanten  $a$  kommer sannolikheten  $P(-a \leq X \leq a)$  att vara lika med  $\frac{2}{\pi}$ ? (1p)

b) Beräkna  $x_{0,25}$  och  $x_{0,75}$  dvs. den nedre och den övre kvartilen för  $X$ . (1+1p)

4. En kurva ges i polära koordinater av  $r = e^{3\varphi}$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$ . Beräkna kurvans längd.

5. Kurvan  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  roterar ett varv kring  $x$ -axeln. Beräkna den uppkomna ytans area.

6. Beräkna följande gränsvärden

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{x^3} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$$

(1+2p)

7. a) Formulera medelvärdessatsen för integraler. (1p)

b) Funktionen  $f$  är kontinuerlig i 0. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_{-x}^x f(t) dt.$$

(2p)