

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN2 i Envariabelanalys (TNIU 70)

för BI

2009-08-18 kl. 08.00-13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Ange den allmänna lösningen av differentialekvationen

$$y' - \frac{2}{x}y = \frac{3}{x^2} \quad (x \neq 0).$$

2. a) Förklara begreppet *separabel ekvation*. (1p)

- b) Ange den lösning av differentialekvationen

$$x^2y' = \sin\left(\frac{1}{x}\right), \quad x > 0$$

som går genom punkten $(\frac{1}{\pi}, 2)$. (2p)

3. a) Formulera satsen om approximering av funktioner med polynom (Tylorsatsen). (1p)

- b) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x + \frac{1}{6}x^3}{x^3(\cos x - 1)}$$

(2p)

4. Ange den lösning av differentialekvationen

$$y'' + 9y = e^x$$

som tangerar linjen $y = x$ i origo.

5. Beräkna längden av kurvan γ som är grafen till funktionen $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ med $0 \leq x \leq 2$.

6. Kurvan γ (samma som i uppgiften 5) roteras ett varv kring x -axeln. Beräkna den uppkomna ytans area.

7. Räkna ut de generaliserade integralerna

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2} \quad \text{samt} \quad \int_0^\infty \frac{dx}{x^2+4}$$

(1.5+1.5p)