

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)

för BI

2010-03-12 kl. 08.00-13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tfn 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. a) Definiera begreppet *integrerande faktor*. (1p)

b) Ange den allmänna lösningen av differentialekvationen

$$y' + \frac{y}{x} = 3 \sin x, \quad x \neq 0$$

(2p)

2. Ange den lösning av differentialekvationen

$$y'' + 2y' + y = e^x + x^2$$

som tangerar x -axeln vid $x = 0$.

3. Det begränsade området instängd mellan x -axeln, y -axeln och linjen $y = \cos x$ roterar ett varv kring x -axeln. Beräkna den uppkomna kroppens volym.

4. Beräkna längden av kurvan som i polära koordinater ges av $r = e^{-a\varphi}$, $0 \leq \varphi < \infty$, där $a > 0$ är en godtycklig positiv konstant.

5. Antag att en stokastisk variabel X har täthetsfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-x^2) & \text{för } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

a) Vad är sannolikheten att X vid ett experiment antar något värde mellan -5 och $\frac{1}{2}$? (1p)

b) Ange väntevärdet $E(X)$ samt variansen $V(X)$ för X . (1+1p)

6. Beräkna följande gränsvärden:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) - 3 \sin x}{\arctan x - x} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{e^x - 1 - x}$$

(1.5+1.5p)

7. a) Formulera analysens huvudsats. (1p)

b) Ange den funktion $y(x)$ som uppfyller sambandet

$$y(x) = x + \int_1^x y(t) dt.$$

Tips: derivera ledvis och lös den differentialekvation som uppstår. (2p)