

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)
för BI

2010-06-09 kl. 08.00-13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tfn 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. a) Definiera begreppet *separabel differential ekvation av 1:a ordningen*. (1p)

b) Ange den lösning av differentialekvationen

$$y' = \sqrt{1 - y^2}$$

som går genom punkten $(0, \frac{1}{2})$. (2p)

2. Ange den lösning av differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 4y = e^x$$

som uppfyller randvillkoren $y(0) = 2$ samt $y(1) = e$.

3. Området instängd mellan x -axeln, linjerna $x = 1$ och $x = 2$ och grafen till funktionen

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2 + 2x - 3}}$$

roterar ett varv kring x -axeln. Beräkna den uppkomna kroppens volym.

4. Beräkna längden av kurvan som i polära koordinater ges av $r = \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$.

5. Bestäm - med hjälp av Taylorsatsen - konstanten a så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - x^2 - \cos^2 x}{x^4} & \text{för } x \neq 0 \\ a & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i 0.

6. En stokastisk variabel X är exponentialfördelad i.e. den har täthetsfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{för } x \geq 0 \\ 0 & \text{för } x < 0 \end{cases}$$

där $\lambda > 0$ är en konstant.

a) Beräkna X :s väntevärde $E(X)$. (1.5p)

b) För varje värde $\alpha \in]0, 1[$ beräkna α -kvantilen av X . (1.5p)

7. a) Formulera medelvärdessatsen för integraler. (1p)

b) Använd satsen i a) för att visa olikheten

$$\int_0^{\sqrt{\pi/4}} \sin(t^2) dt \leq \sqrt{\frac{\pi}{8}}$$

(2p)