

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)
för BI

2011-03-15 kl. 08.00-13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tfn 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få maxpoäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Ange den lösning av differentialekvationen

$$y' + y \cos x = \cos x$$

som skär x -axeln vid $x = \pi$.

2. Ange den lösning av differentialekvationen

$$y'' - 2y' + 2y = x + 1$$

som tangerar linjen $y = x + 1$ då $x = 0$.

3. Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området instängd mellan kurvan

$$y = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$$

linjerna $x = 2$ och $x = 3$ samt x -axeln roterar ett varv kring y -axeln.

4. Beräkna arean av den yta som uppstår då kurvan $y = \sqrt{x}$, $1 \leq x \leq 2$, roterar ett varv kring x -axeln.

5. En stokastisk variabel X har täthetsfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4} & \text{för } x \geq 1 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

a) Bestäm väntevärdet $E(X)$ samt variansen $V(X)$ för X . (1+1p)

b) Beräkna medianen $x_{0,50}$ för X . (1p)

6. a) Formulera Taylorsatsen om approximering av funktioner med polynom. (1p)

b) Beräkna följande gränsvärden:

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2}{x^3 \arctan x} \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{(x - 1)^2}$$

(1+1p)

7. a) Formulera medelvärdessatsen för integraler. (1p)

b) Använd satsen i a) för att visa att

$$\int_1^2 \frac{\sin x}{1 + x^5} dx \leq \frac{1}{2}$$

(2p)