

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)
för BI

2011-06-07 kl. 08.00-13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tfn 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få maxpoäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Ange den lösning av differentialekvationen

$$y' + \frac{y}{1+x} = x^n$$

(där n är ett godtyckligt naturligt tal och där $x \neq -1$) som uppfyller kravet $y(0) = 1$.

2. Ange den lösning till differentialekvationen

$$y'' + y = x + \cos 2x$$

som tangerar x -axeln i $x = \pi$.

3. Beräkna längden av kurvan $y = \ln x - \frac{1}{8}x^2$, $1 \leq x \leq 6$.

4. Kurvan $y = e^{-x}$, $x > 0$, roterar ett varv kring x -axeln. Visa att ytan som uppstår då har en ändlig area.

5. a) Visa att $O(x^m) \cdot O(x^n) = O(x^{m+n})$ för alla $m, n \in \mathbf{Z}$. (1p)

- b) Ange Maclaurinutveckling av ordning 3 (med restterm i ordoform) av funktionen

$$e^{x^2} \ln(1 - 3x)$$

(2p)

6. Betrakta funktionen

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = \frac{1}{\pi(x^2 + 1)}$$

- a) Visa att funktionen är en täthetsfunktion för någon stokastisk variabel X . (1p)

- b) Beräkna den nedre kvartilen $x_{0,25}$ för X (2p)

7. a) Formulera analysens huvudsats. (1p)

- b) Ange den funktion som uppfyller integralekvationen

$$y(x) = 1 + \int_2^x y^2(t) dt$$

Tips: derivera ledvis med hjälp av satsen i a) och lös differentialekvationen som uppstår. (2)