

Krzysztof Marciniak, ITN  
Linköpings universitet  
tfn 011-36 33 20  
e-post: krzma@itn.liu.se

**Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)**  
för BI

2011-08-20 kl. 08.00-13.00

**Jour:** Krzysztof Marciniak, tfn 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget  $n$  ( $n = 3, 4, 5$ ) krävs  $3n - 1$  p. För att få maxpoäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. a) Definiera begreppet *separabel differentialekvation av 1:a ordningen*. (1p)

b) Ange den allmänna lösningen av differentialekvationen

$$x^2 y' = \sin \frac{1}{x}, \quad x \neq 0$$

(2p)

2. a) Ange den allmänna lösningen av differentialekvationen

$$y'' + 4y = \sin x - 2 \cos x.$$

(2p)

b) Vilken eller vilka av ekvationens lösningar går genom punkten  $(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{3})$ ? (1p)

3. a) Formulera Taylorsatsen om approximering av funktioner med polynom. (1p)

b) Ange Maclaurinutveckling av ordning 5 (mest restterm i ordoform) av funktionen

$$f(x) = \sin x - x \cos x$$

(2p)

4. Beräkna arean innanför ett löv av lemniskaten dvs. arean av området som ges i polär form av

$$0 \leq r \leq h(\varphi) = a\sqrt{\cos(2\varphi)}, \quad -\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$$

5. Beräkna längden av kurvan som ges i parameterform av  $x(t) = t^2$ ,  $y(t) = t - \frac{1}{3}t^3$ ,  $0 \leq t \leq \sqrt{3}$ .

6. a) Visa att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - x^2) & \text{för } x \in [-1, 1] \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

är en täthetsfunktion för någon stokastisk variabel  $X$ . (1p)

b) Beräkna fördelningsfunktionen  $F(x)$  tillhörande  $X$ . (1p)

c) Beräkna även sannolikheten  $P(-\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{1}{2})$ . (1p)

7. a) Formulera analysens huvudsats. (1p)

b) Härled denna sats ur derivatans definition och medelvärdessatsen för integraler. (2p)