Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)

för BI

2012–08–18 kl. 08.00-13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tfn 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $4n - 4$ p. För att få maxpoäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. a) Förklara begreppet *integrerande faktor*. (1p)

   b) Ange samtliga lösningar (för $x > 0$) till differentialekvationen

   $$y' - \frac{y}{x} = x^2 + \ln x$$

   (2p)

2. Ange de lösningar av differentialekvationen

   $$2y'' - 5y' - 3y = e^{-x}$$

   som går mot noll då $x \to \infty$.

3. Beräkna längd av kurvan som ges i polär form av $r = e^{a\varphi}$, $0 \le \varphi \le \pi$ där $a \neq 0$ är en godtycklig konstant.

4. Beräkna arean av området instängd mellan kurvan

   $$y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

   x-axeln och linjerna $x = 0$ och $x = 1$.

5. a) Formulera Taylorsatsen om approximering av funktioner med polynom. (1p)

   b) Beräkna gränsvärdet av längden i uppgiften 3 då $a \to 0$ och förklara resultatet. (2p)

6. a) Visa att funktionen

   $$f(x) = \begin{cases} \ln x \text{ för } 1 \le x \le e \\ 0 \text{ för övriga } x \end{cases}$$

   är en täthetsfunktion för någon kontinuerlig stokastisk variabel X. (1p)

   b) Beräkna väntevärdet $E(X)$ för X. (2p)

7. a) Formulera medelvärdessatsen för integraler. (1p)

   b) Antag att a är en godtycklig positiv konstant. Visa att

   $$\int_0^\pi t^a \sin t \, dt \le \pi^{a+1}$$

   (2p)