

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)

för BI

2013-03-13 kl. 08.00-13.00

Jour: Peter Holgersson, tfn 070-519 99 92. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $4n - 4$ p. För att få maxpoäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. Ange den lösning av differentialekvationen

$$xy' - y = 2x^3$$

som går genom x -axeln vid $x = 3$.

2. Ange samtliga lösningar av differentialekvationen

$$y'' + 2y' - 3y = -3x - 1 + 15 \sin 3x$$

3. a) Formulera Taylorsatsen om approximering av funktioner med polynom. (1p)

b) Beräkna

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\ln(1 + x^2)} \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cos \frac{1}{x} - x \right)$$

(1+1p)

4. Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin x\}$$

roterar ett varv kring a) x -axeln b) y -axeln.

(1.5+1.5p)

5. Beräkna längden av kurvan γ som ges i parameterform av

$$x(t) = 2 + \cos t, \quad y = 3 + \sin t, \quad 0 \leq t \leq \pi$$

6. Välj konstanterna a, b så att funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ som ges av

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{för } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{för övriga } x \end{cases}$$

blir en täthetsfunktion för en stokastisk variabel X med förväntad värde $E(X) = \frac{2}{3}$.

7. a) Formulera analysens huvudsats. (1p)

b) Beräkna, för $x > 0$

$$\frac{d}{dx} \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^t \ln t \, dt \right)$$

(2p)