

Krzysztof Marciniak, ITN  
Linköpings universitet  
tfn 011-36 33 20  
e-post: krzma@itn.liu.se

**Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)**  
för BI

2013-06-05 kl. 08.00-13.00

**Jour:** Peter Holgersson, tfn 070-519 99 92. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget  $n$  ( $n = 3, 4, 5$ ) krävs  $4n - 4$  p. För att få maxpoäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. a) Definiera begreppet *separabel differential ekvation av 1:a ordningen*. (1p)

b) Ange den lösning av differentialekvationen

$$y' - y^2 = 1$$

som uppfyller villkoret  $y(\frac{\pi}{4}) = 1$ . (2p)

2. Lös (dvs. ange samtliga lösningar till) differentialekvationen

$$y'' + y = xe^{2x}$$

3. Beräkna längden av kurvan  $y = \sqrt{2x - x^2}$  där  $0 \leq x \leq 2$ .

4. Genom att rotera ellipsen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(där  $a$  och  $b$  är konstanter  $> 0$ ) kring  $x$ -axeln får vi en rotationsellipsoid (ibland kallad "sfäroid"). Beräkna volymen av kroppen instängd innanför denna ellipsoid.

5. a) Formulera satsen om approximering av funktioner med polynom (Taylorsatsen). (1p)

b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - x^2 - 2 \cos x}{x^4}$$
 (2p)

6. a) Visa att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\pi(1+x^2)} & \text{för } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{för övriga } x \end{cases}$$

är en täthetsfunktion för en stokastisk variabel  $X$ . (1p)

b) Beräkna förväntad värde  $E(X)$  och medianen  $x_{0,50}$  för variabeln  $X$ . (1+1p)

7. a) Formulera analysens huvudsats. (1p)

b) Ange den funktion som uppfyller integralekvationen

$$y(x) = x^2 + \int_0^x y(t) dt$$

Tips: derivera ledvis och lös differentialekvationen som uppstår. (2p)