

Krzysztof Marciniak, ITN  
Linköpings universitet  
tfn 011-36 33 20  
e-post: krzma@itn.liu.se

**Tentamen TEN1 i Envariabelanalys II (TNIU 23)**  
för BI

2013-08-31 kl. 08.00-13.00

**Jour:** Krzysztof Marciniak, tfn 011 36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget  $n$  ( $n = 3, 4, 5$ ) krävs  $4n - 4$  p. För att få maxpoäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje ev. deluppgift är värd.

1. a) Definiera begreppet: *integrerande faktor för linjär differentialekvation av 1:a ordningen.* (1p)  
b) Ange den lösning av differentialekvationen

$$y' + \frac{xy}{1+x^2} = \frac{1}{1+x^2}$$

som går genom origo. (2p)

2. Ange den lösning av differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 3y = e^{2x} \sin x$$

som tangerar  $x$ -axeln i origo.

3. Området som begränsas av kurvan  $y = \frac{1}{x+1}$ , linjerna  $x = 0$  och  $x = 1$  samt  $x$ -axeln roteras ett varv kring  $y$ -axeln. Beräkna den uppkomna kroppens volym.

4. Beräkna integralen

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{4x-x^2}} dx$$

5. a) Definiera symbol  $O(x^n)$  och visa att  $O(x^n) + O(x^m) = O(x^n)$  ifall  $n \leq m$ . (0.5+0.5p)  
b) Beräkna följande gränsvärden

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3} \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1+2x)}$$

(1+1p)

6. Betrakta funktionen

$$f(x) = \begin{cases} a \cos^2 x & \text{för } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{för övriga } x \end{cases}$$

- a) Välj konstanten  $a \in \mathbf{R}$  så att  $f$  är en täthetsfunktion för någon stokastisk variabel  $X$ . (1p)
  - b) Ange förväntad värde  $E(X)$ . (1p)
  - c) Beräkna även sannolikheten  $P(0 \leq X \leq \frac{\pi}{4})$ . (1p)
7. a) Formulera medelvärdessatsen för integraler. (1p)  
b) Använd satsen i a) för att visa att

$$\frac{1}{15} \leq \int_1^2 \frac{dx}{x^3 + x^2 + x + 1} \leq \frac{1}{4}$$

(2p)