

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i envariabelanalys (TNIU 70)

för BI, DE, MK

2004-10-18 kl. 8.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng är varje deluppgift värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ($B=0$, $B=1$ eller $B=2$) du har!*

1. Beräkna följande tre gränsvärden:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{4x^2 + 9x + 2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{3 \sin(2x)} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 25} - 5}$$

(1+1+1p)

2. Beräkna $f'(4)$ för $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$ **direkt ur derivatans definition**. (3p)

3. a) Definiera vad menas med att en funktion f är kontinuerlig i en punkt $a \in D_f$. (1p)

b) Betrakta funktionen $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ som ges av

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} & \text{för } x \neq 0 \\ b & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

Bestäm den reella konstanten b så att funktionen f blir kontinuerlig vid $x = 0$.

4. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

med angivande av alla extrempunkter och asymptoter. (3p)

5. Beräkna z^{70} om

$$z = \frac{(1 + i)(1 + i\sqrt{3})}{3i(\sqrt{3} - i)}$$

Svaret skall anges på formen $x + iy$. (3p)

6. a) Formulera satsen om derivatan av sammansatta funktionen (s.k. kedjeregeln). (1p)

b) Derivera följande funktioner:

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right), \quad g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

(1+1p)

7. Visa att funktionen $f(x) = x^3 + 9x^2 + 27x + 10$ med $D_f = \mathbf{R}$ har en invers f^{-1} . Beräkna $(f^{-1})'(-9)$. (3p)