

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN2 i envariabelanalys (TNIU 70)
för BI, DE, MK
2004-12-16 kl. 8.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng är varje deluppgift värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ($B=0$, $B=1$ eller $B=2$) du har!*

1. a) Definiera Taylorpolynomet av ordning n för en n -gånge derivierbar funktion f kring (i närheten av) punkten a . (1p)
- b) Beräkna Taylorpolynomet av ordning 2 för $f(x) = \ln(x)$ kring $a = 2$. (1p)
- c) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - x^2 - 2 \cos(x)}{x^4} \quad (1p)$$

2. a) Förklara vad begreppet *integrerande faktor* betyder. (1p)
- b) Ange den lösning till differentialekvationen $(1+x^2)y' + y = 2$ som har gränsvärdet 3 då $x \rightarrow \infty$. (2p)
3. Ange den allmänna lösningen av differentialekvationen $y'' + y' - 2y = x + 2 \sin(x)$. (3p)
4. a) Definiera begreppet *primitiv funktion*. (1p)
- b) Beräkna samtliga primitiva funktioner till följande funktion

$$f(x) = \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sin^2(x) + \sin(x) - 6} \quad (2p)$$

5. Funktionen $f(x) = x \ln(x)$ ($x > 0$) har extremum i punkten $x = a$. Ange den (dvs. beräkna a) och bestäm dess karaktär. (1p) Beräkna volymen av den rotationskropp som uppstår när man roterar området mellan funktionens graf och linjerna $x = a$ och $x = 1$ kring x -axeln. (2p)
6. Beräkna följande integraler

$$\int_e^\infty \frac{dx}{x \ln x} \quad \text{och} \quad \int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^{1/3}} \quad (1.5+1.5p)$$

7. Ange och förklara s.k. insättningsformeln (0.5p) och ur denna beräkna

$$\frac{d}{dx} \left(\int_{\sin x}^{\cos x} \frac{1}{1-t^2} dt \right) \quad (2.5p)$$

Förenkla ditt svar!