

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i envariabelanalys (TNIU 70)
för BI, DE, MK
2005-01-08 kl. 8.00—13.00

Jour: Ingemar Eliasson, tel. 011-363103. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng är varje deluppgift värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ($B=0$, $B=1$ eller $B=2$) du har!*

1. Lös följande ekvationer / olikheter

a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ b) $|x + 1| > |x - 3|$ c) $e^3 \cdot x^{-\ln x} - e = 0$

(1+1+1p)

2. Beräkna följande tre gränsvärden:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 3x^2 - 4}{x + 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin(2x)}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}\right)$

(1+1+1p)

3. a) Definiera vad som menas med att en funktion f är kontinuerlig.

(1p)

b) Betrakta funktionen $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ som ges av

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{för } x \neq 0 \\ b & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

Bestäm den reella konstanten b så att funktionen f blir kontinuerlig för alla x .

(2p)

4. Rita funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$$

med angivande av extrempunkter och asymptoter.

(3p)

5. a) Ange den geometriska tolkningen av derivatan av funktionen $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ i punkten $a \in \mathbf{R}$.

(1p)

b) Bestäm ekvationen för en linje som tangerar grafen till funktionen

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{2}{x^2}\right)$$

i punkten för vilken $x = 2$.

(2p)

6. Bestäm alla komplexa tal z för vilka gäller

$$|z + i| = |z - i|$$

(3p)

7. a) Visa att funktionen $f(x) = x^5 + x + 1$ med $D_f = \mathbf{R}$ har en invers f^{-1} .

(1p)

b) Beräkna $(f^{-1})'$ (35).

(2p)