

Krzysztof Marciniak, ITN  
Linköpings universitet  
tel. 011-363320  
e-mail: krzma@itn.liu.se

**Tentamen TEN2 i envariabelanalys (TNIU 70)**  
för BI, DE, MK  
2005-03-29 kl. 8.00—13.00

**Jour:** Ingemar Eliasson, tel. 011-363103. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget  $n$  ( $n = 3, 4, 5$ ) krävs  $3n - 1$  p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar *samt kontrollera dem där det är möjligt*. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

1. Ange samtliga lösningar till differentialekvationen

$$y' + \frac{xy}{1+x^2} = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

2. a) Formulera Taylorsatsen om approximering av funktioner med polynom. (1p)

b) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - \sin x}{x^3 \cos x} \quad \text{och} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^2(e^{-1/x^2} - 1).$$

(1+1p)

3. Beräkna arean instängd mellan grafen till funktionen

$$y = \frac{1}{x^2(x+1)}$$

samt linjerna  $y = 0$  och  $x = 1$ .

4. En linjär, icke-homogen andragsradsdifferential ekvation med konstanta koefficienter har följande allmän lösning:

$$y = (C_1x + C_2)e^{-2x} + 3 \cos(x) + 4 \sin(x).$$

Bestäm denna ekvation.

5. Kurvan till den funktion som är lösningen till begynnelsevärdesproblemet  $y'' + 2y' + 2y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$  begränsar tillsammans med linjerna  $x = \pi/2$  och  $y = 0$  ett område i första kvadranten. Bestäm volym av den rotations kropp som uppstår då detta område roterar ett varv kring  $x$ -axeln.

6. a) Ange (härlad om du inte minns) formeln för längd av en kurva som ges i polärform  $r = h(\varphi)$ ,  $\alpha \leq \varphi \leq \beta$ . (1p)

b) Beräkna längden av den del av Arkimedessspiralen som ges av  $r = a\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq 1$ , ( $a > 0$ ). (2p)

7. a) Formulera medelvärdesatsen för integraler. (1p)

b) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x \sqrt{1+t^4} dt}{x^4}.$$

(2p)