

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i envariabelanalys (TNIU 70)
för BI, DE, MK
2005-08-10 kl. 14:00—19:00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-363320. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. **Kontrollera dina svar när det är möjligt!** I parentes anges hur många poäng är varje deluppgift värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ($B=0$, $B=1$ eller $B=2$) du har!*

1. Lös olikheten

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x - 3} \leq 0. \quad (3p)$$

2. Undersök om kurvan $y = 2 \arctan x$ har någon / några tangenter med riktningskoefficienten 1. Ange i sådant / sådana fall tangentpunkt(er), tangentens(ers) ekvationen(er) samt punkter där tangenten(er) skär båda koordinataxlar. (3p)

3. a) Visa att om en funktion $f : D_f \rightarrow \mathbf{R}$ är deriverbar i $a \in D_f$ så är den också kontinuerlig i a . (2p)

b) Ange ett motexempel på att den ovannämnda implikationen inte kan vändas om dvs ange en funktion som i någon punkt är kontinuerlig men ej deriverbar. (1p)

4. Rita grafen till följande funktion

$$f(x) = \frac{x^3}{9 - x^2}$$

(3p)

med angivande av samtliga extrempunkter och asymptoter.

5. En plåtskiva har formen av en rektangel med sidorna $2b$ och $3b$, ($b > 0$ förstås). Genom att klippa bort lika stora kvadrater (med sidan a var) i varje hörn och sedan vika plåtskivan får vi en öppen (dvs utan lock) låda. Bestäm a så att den uppkomna lådans volym blir maximal. (3p)

6. Rita på det komplexa planet \mathbf{C} alla komplexa tal $z \in \mathbf{C}$ som uppfyller villkoret $\text{Im}(z^2) = r$, $r \in \mathbf{R}$, $r > 0$. (3p)

7. a) Definiera *sammansättning* $f \circ g$ av två funktioner $f : D_f \rightarrow \mathbf{R}$ och $g : D_g \rightarrow \mathbf{R}$. (1p)

b) Låt $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ och $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ vara två funktioner definierade genom

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{om } x \leq 0 \\ 2x + 3 & \text{om } x > 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{om } x < 3 \\ -x - 2 & \text{om } x \geq 3 \end{cases}$$

Beräkna (1p) och rita (1p) den sammansatta funktionen $g \circ f$.