

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i envariabelanalys (TNIU 70)

för BI, MK, TL

2006-01-09 kl. 8.00–13.00

Jour: Sixten Nilsson, tel. 011-363317, 070-2697387. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ($B=0$, $B=1$ eller $B=2$) du har!*

1. Beräkna följande gränsvärden

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 3} - 2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{2x^2 + 3x + 3}}$$

(1.5+1.5p)

2. a) Ange definitionen av derivatan av funktionen $f : D_f \rightarrow \mathbf{R}$ i punkten $x \in D_f$. (1p)

b) Beräkna, med hjälp av derivatans definition, derivatan av funktionen $f(x) = \frac{1}{x^2}$. (2p)

3. Ange tangenten till funktionen $f(x) = x \arcsin(x)$ i den punkten då $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. Rita funktionen

$$f(x) = xe^{-x}$$

med angivande av alla extrempunkter, asymptoter samt intervaller av konkavitet respektive konvexitet.

5. Man definierar den komplexa exponentialfunktionen $e^{i\varphi}$ genom formeln:

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi \text{ för alla reella } \varphi$$

Framställ $\cos \varphi$ samt $\sin \varphi$ med hjälp av den komplexa exponentialfunktionen (räkna ut $\cos \varphi$ och $\sin \varphi$ ur detta samband (Eulers formler)).

6. a) Formulera differentialkalkylens medelvärdessats. (1p)

b) Visa att

$$\sqrt{1+b} < 1 + \frac{b}{2} \text{ för } b > 0$$

genom att tillämpa medelvärdessatsen till funktionen $f(x) = \sqrt{1+x}$ på intervallet $[0, b]$. (2p)

7. a) Visa att funktionen

$$f :]0, \pi] \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

är inverterbar. (1.5p)

b) Beräkna $(f^{-1})'(\frac{3}{\pi})$. (1.5p)