

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN2 i envariabelanalys (TNIU 70)
för BI, TL, MK
2005-12-14 kl. 8.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ($B=0$, $B=1$ eller $B=2$) du har!*

1. Ange samtliga lösningar till differentialekvationen

$$y' + \frac{x}{1+x^2} y = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}}$$

2. a) Formulera Taylorsatsen om approximation av funktioner med polynom. (1p)
b) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - x^2}{x^4} \quad (2p)$$

3. Ange den lösning till differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 4y = 4x + 5 \sin x$$

som tangerar x -axeln i origo.

4. Beräkna längden av kurvan

$$\gamma = \left\{ \begin{array}{l} x(t) = t^2 \\ y(t) = t - \frac{1}{3}t^3 \end{array} \right., \quad t \in [0, \sqrt{3}].$$

5. Beräkna integralen

$$\int \sqrt{x^2 - 4x + 7} dx$$

6. Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$D = \left\{ (x, y) : 0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}, x > 0 \right\}$$

roterar ett varv kring x -axeln.

7. a) Härled formeln

$$\frac{d}{dx} \int_a^{g(x)} f(t) dt = f(g(x)) \cdot g'(x)$$

ur analysens huvudsats. (1.5p)

- b) Beräkna

$$\frac{d}{dx} \int_{x^3}^3 \sin(t^5) dt \quad (1.5p)$$