

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN2 i envariabelanalys (TNIU 70)
för BI, TL, MK
2006-04-18 kl. 8.00—13.00

Jour: Sixten Nilsson, tel. 011-363317 eller 0702697387. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ($B=0$, $B=1$ eller $B=2$) du har!*

1. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{1/(1-x)}$

(1.5+1.5p)

2. Ange den lösning till ekvationen

$$y'' - 3y' + 2y = x^2$$

som tangerar linjen $y = 2x$ i origo.

3. Ange (i explicit form $y(x)$) den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y' = \sqrt{1 + y^2}.$$

4. Beräkna integralen

$$\int \frac{2x - 1}{x^2 - 6x + 9} dx$$

5. En kurva $y = ax^2$, $0 \leq x \leq 1$ (där a är en konstant) roterar ett varv kring y -axeln. Ange den uppkomna ytans area.

6. a) Definiera den generaliserade integralen

$$\int_c^\infty f(x) dx$$

(1p)

- b) Beräkna

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^a} dx$$

för samtliga värden för den reella konstanten a .

(2p)

7. a) Formulera medelvärdessatsen för integraler.

(1p)

- b) Tillämpa satsen i a) för att visa att

$$\int_2^4 e^{-x^2} dx \leq 2e^{-4}$$

(2p)