

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN2 i envariabelanalys (TNIU 70)

för BI, TL, MK

2006-08-14 kl. 8.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-363320. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ($B=0$, $B=1$ eller $B=2$) du har!*

1. a) Definiera Taylorpolynom av ordning n för en funktion f kring punkten a . (1p)

b) Ange det polynom av grad 2 som bäst approximerar funktionen $f(x) = (\ln(2x))^2$ i närheten av 1. (2p)

2. a) Definiera begreppet *integrerande faktor*. (1p)

b) Ange den allmänna lösningen för ekvationen

$$\tan x \frac{dy}{dx} + y = x$$

i intervallet $]0, \pi[$.

3. Lös differentialekvationen

$$y'' + y = a \cos 2x + b \sin 2x$$

där a, b är reella konstanter.

4. a) Formulera satsen om partiell integration. (1p)

b) Beräkna

$$\int e^{ax} \sin x \, dx$$

för alla värden på den reella konstanten a . (2p)

5. a) Ange formeln för längd av en kurva given i polära koordinater: $r = h(\varphi)$, $\varphi \in [\alpha, \beta]$. (1.5p)

b) Beräkna längden av kurvan $r = \sin \varphi$, $\varphi \in [0, \pi]$. (1.5p)

6. Området mellan kurvan $y = \frac{1}{x+x^2}$ samt linjerna $y = 0$, $x = 2$ och $x = 3$ roterar ett varv kring y -axeln. Bestäm den uppkomna kroppens volym.

7. Visa insättningsformeln:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

(där $F' = f$ och f är kontinuerlig på ett intervall som innehåller både a och b) ur analysens huvudsats.