

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i envariabelanalys (TNIU 70)
för BI, ES, MK, TL
2006-10-17 kl. 14.00—19.00

Jour: Ingemar Eliasson, tel. 011-36 31 03. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ($B=0, B=1$ eller $B=2$) du har!*

1. Beräkna följande gränsvärden

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3x + 1} - 1} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{x}$$

(1+1+1p)

2. a) Ange definition av derivata av funktion $f : D_f \rightarrow R$ i en punkt $a \in D_f$. (1p)

b) Räkna ut *direkt ur derivatans definition* derivatan av funktionen

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + 1}$$

i punkten $a = 1$. (2p)

3. Lös ekvationen

$$\arctan(3x) = \arcsin x.$$

4. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

med angivande av samtliga eventuella asymptoter, extrempunkter, samt intervaller av konkavitet och konvexitet.

5. Ange z^{50} om $z = 1 - i\sqrt{3}$ där $i^2 = -1$. Svaret skall anges på formen $x + iy$.

6. Ange största och minsta värde för funktionen

$$f : [-2, 3] \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = e^x - x.$$

7. a) Formulera satsen om derivatan av invers funktion. (1p)

b) Vi vet att $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x$. Visa ur detta och med hjälp av satsen i a) att $(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$. (2p)