Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i envariabelanalys (TNIU 70)

för BI, ES, MK, TL

2007-01-08 kl. 08.00—13.00

Jour: Ingemar Eliasson, tel. 011-36 31 03. **Inga hjälpmedel är tillåtna**. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3$, 4, 5) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har!*

1. Beräkna följande gränsvärden

$$\text{a)} \quad \lim_{x\to\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{3x^2+x+1}} \qquad \text{b)} \quad \lim_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{3x^2+x+1}}$$

(1.5+1.5p)

2. a) Visa att funktionen

$$f : [-3, 0] \to R, \quad f(x) = x^2 + 6x + 2$$

är inverterbar. (1p)

b) Ange den inversa funktionen f^{-1} med angivande av dess definitionsmängd D_f^{-1} och värdemängd V_f^{-1}. (2p)

3. Välj konstanterna A och B så att funktionen $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ som ges av

$$f(x) = \begin{cases} e^x + A & \text{för } x \leq 0 \\ Bx + 5 & \text{för } x > 0 \end{cases}$$

blir deriverbar i 0.

4. Lös den komplexa ekvationen

$$3z - i\overline{z} = 4 + 2iz.$$

5. a) Formulera satsen om derivata av sammansatt funktion (s.k. kedjeregeln). (1p)

b) Derivera funktionerna $f(x) = \ln(1 + \cos x^2)$ och $g(x) = \arctan(1 + x^2)$. (1+1p)

6. Ange samtliga asymptoter av funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$$

7. a) Formulera medelvärdessatsen för derivator. (1p)

b) Betrakta funktionen $f : [a, b] \to R$, $f(x) = x^2$. Ange ett $t \in [a, b]$ så att

$$f'(t) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

(2p)