

Krzysztof Marciniak, ITN  
Linköpings universitet  
tel. 011-36 33 20  
krzma@itn.liu.se

**Tentamen TEN1 i envariabelanalys (TNIU 70)**  
för BI, ES, MK, TL  
2007-08-16 kl. 08.00–13.00

**Jour:** Ingemar Eliasson, tel. 011-36 31 03. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget  $n$  ( $n = 3, 4, 5$ ) krävs  $3n - 1$  p. För att få full poäng måste du kommentera/förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng ( $B=0$ ,  $B=1$  eller  $B=2$ ) du har!*

1. Lös olikheten

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x - 2} < 0.$$

2. a) Definiera vad det betyder att en funktion  $f : D_f \rightarrow R$  är kontinuerlig i en punkt  $a \in D_f$ . (1p)

- b) Undersök om funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{för } x \leq 1 \\ 2 - x^2 & \text{för } x > 1 \end{cases}$$

är kontinuerlig i 1.

(2p)

3. Visa att funktionen

$$f(x) = xe^{-x^2}$$

är injektiv på intervallet  $\left] \frac{1}{\sqrt{2}}, \infty \right[$ .

4. Ange tangenten till funktionen

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

i funktionens inflektionspunkt.

5. Bestäm alla komplexa tal som uppfyller villkoret  $|z - i| = |z - 1|$ .

6. Visa att för alla reella  $x$  gäller

$$\arctan x = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

7. a) Betrakta funktionen  $f : [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$  som ges av  $f(x) = x^3$ . Ange ett  $t \in [2, 3]$  så att

$$f'(t) = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2}$$

(1p)

- b) Byt ut  $f(x) = x^3$  mot en godtycklig kontinuerlig funktion. Kan du då alltid hitta ett  $t \in [2, 3]$  som uppfyller sambandet ovan? Motivera ditt svar. (2p)