

### Exempel 1

Bestäm  $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx$ . [svar:  $2\ln|x+1| - \ln|x+2| + C$ ]

### Exempel 2

Bestäm volymen av den rotationskropp som bildas då kurvan  $y = \frac{x}{x+1}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , roterar ett varv kring  $x$ -axeln. [svar:  $\frac{3\pi}{2} - 2\pi \ln 2$  ve.]

### Exempel 3

Bestäm den lösning till differentialekvationen  $xy' - \frac{y}{x+1} = \frac{x^3}{x+1}e^{-x}$ ,  $y = y(x)$ ,  $x > 0$ , för vilket gäller att funktionsvärdet går mot 1 då  $x$  går mot oändligheten.

[svar:  $y = \frac{x}{x+1} [1 - xe^{-x} - e^{-x}]$  och då att  $x > 0$ ]

### Exempel 4

Lös differentialekvationen  $y'' + y' - 6y = -12x + 8$ ,  $y = y(x)$ . Bestäm sedan den lösning som uppfyller begynnelsevillkoren  $y(0) = 4$  och  $y'(0) = 2$ . [svar:  $y = 2e^{-3x} + 3e^{2x} + 2x - 1$ ]

### Exempel 5

Bestäm gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cos x - 2x}{x^2}$ . [svar:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{5}{2}$ ]

### Exempel 6

Beräkna integralens värde  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 4} dx$ . [svar:  $-\frac{1}{4} \ln 3$ ]

### Exempel 7

Bestäm volymen av den rotations kropp som bildas då området  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq \arctan x$  roterar ett varv kring y-axeln. [svar:  $\frac{\pi^2}{2} - \pi$  ve.]

### Exempel 8

Bestäm för  $t > 0$ , den lösningen till differentialekvationen  $y'(t) - \frac{2}{t}y(t) = t^2 \sin t$ , för vilken gäller att  $y(\pi) = 0$ . [svar:  $y(t) = -t^2(1 + \cos t)$ ]

### Exempel 9

Bestäm den lösning till differentialekvationen  $y'' - 4y' + 4y = e^x$ ,  $y = y(x)$ , som uppfyller begynnelsevillkoren  $y(0) = 2$  och  $y'(0) = 5$ . [svar:  $y = e^x + e^{2x}(2x + 1)$ ]

### Exempel 10

Undersök om vi kan bestämma konstanten  $a$  så att uttrycket  $\frac{2 \ln(1+x) + \tan x + ax^2 - 3x}{x^3}$ , har ett ändligt gränsvärde då  $x$  går mot noll. [svar:  $a = 1$  ger ändligt gränsvärde 1 då  $x \rightarrow 0$ ]