

Krzysztof Marciniak, ITN
 Linköpings universitet
 tel. 011-36 33 20
 e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i linjär algebra TNIU 75
 för BI, SL
 2010-08-20 kl. 08.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n + 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Kontrollera dina svar där det är möjligt!*

1. Ange alla punkter som ligger samtidigt i följande tre plan:

$$x + y + z = 1, \quad x + 2y + 3z = 0, \quad x + z = 1$$

2. a) Definiera begreppet *invers matris*. (1p)
 b) Visa att varje matris kan ha högst en invers. (1p)
 c) Antag att $a \neq 0$. Beräkna inversen till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & b & 0 \\ 0 & a & b & a \\ 0 & 0 & a & 1 \end{pmatrix}$$

(1p)

3. a) Definiera begreppet *skalärprodukt* mellan två vektorer. (1p)

b) Beräkna alla vinklar i triangeln som har hörn i punkterna $A = (1, 1, 2)$, $B = (2, 3, 2)$ och $C = (2, 2, 2)$ (givna här i en ON-bas). (2p)

4. Två linjer: $l_1 : (1 + 2t, 2 + 3t, 3 + t)$ och $l_2 : (7 + s, 3 + 3s, 9 + s)$ projiceras ortogonalt på planet $x + y + z = 3$. Ange skärningsvinkeln mellan de projicerade linjerna.

5. En vektor w har i en bas (e_1, e_2, e_3) koordinaterna $(1, 2, 3)$. En annan bas består av

$$f_1 = e_1 + e_2, \quad f_2 = e_2 + e_3, \quad f_3 = e_1 + 2e_3.$$

Bestäm koordinaterna för vektorn w i den nya basen (f_1, f_2, f_3) .

6. Låt P vara orthogonal projektion på planet $\pi : 2x + y + z = 0$ (given här i en viss ON-bas) och låt S vara spegling i detta plan.

a) Bestäm matriserna för P och S . (1+1p)

b) Bestäm matriserna för sammansättningar $S \circ P$, $P \circ S$, $P \circ P$ och $S \circ S$. (1p)

7. a) Ange en bas bestående av egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(2p)

b) Visa att matrisen A insatt i sin karakteristiska ekvation (ersätt helt enkelt alla λ med A i denna ekvation samt den konstanta termen med samma konstant multiplicerad med E) uppfyller denna ekvation. (1p)