Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-36 33 20
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i linjär algebra TNIU 75

för BI, SL, FTL

2011-10-18 kl. 08.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $4n - 4$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Kontrollera dina svar där det är möjligt!*

1. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Ett plan Π innehåller linjen $l : (x, y, z) = (3 + t, 2 + t, 1 - 2t)$ och punkten $P = (1, 4, -2)$ (allt givet i en ON-bas). Ange planets ekvation.

3. Linjen $l : (x, y, z) = (2 + 2t, 1 - 3t, 2t)$ projiceras ortogonalt på planet $x + y - z = 0$ (allt anges i en ON-bas). Bestäm den projicerade linjens ekvation.

4. En linjär avbildning i planet har i en viss ON-bas $e = (\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2)$ matrisen

$$A_e = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Bestäm avbildningsmatrisen A_f i basen $f = \left(\overrightarrow{f}_1, \overrightarrow{f}_2\right)$ där $\overrightarrow{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\overrightarrow{e}_1 - \overrightarrow{e}_2)$, $\overrightarrow{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\overrightarrow{e}_1 + \overrightarrow{e}_2)$.

5. Visa att avbildningen som i en viss ON-bas ges av matrisen

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

är en rotation (1p). Ange rotationsaxeln och rotationsvinkeln (1+1p).

6. a) Formulera dimensionssatsen. (1p)

b) Ange nollrummet $N(P)$ och värderummet $V(P)$ för den ortogonala projektionen P av rummet $\mathbf{R}^3$ på linjen $l : (x, y, z) = t(-1, 2, 1)$ (ON-bas). (2p)

7. a) Formulera spektralsatsen. (1p)

b) Ange en ON-bas av egenvektorer till en avbildning F som i en vis ON-bas har matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(2p)