Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i linjär algebra TNIU 75

för BI, SL, FTL

2012-01-09 kl. 08.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $4n - 4$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Kontrollera dina svar där det är möjligt.*

1. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 2z = 4 \\ \phantom{x +{}} y + az = a \end{cases}$$
för alla värden på konstanten a.

2. a) Definiera vad det betyder att en kvadratisk matris A är ortogonal. (1p)

   b) Bestäm för vilka konstanter a, b blir matrisen
$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ b/\sqrt{3} & 0 & \sqrt{2/3} \\ \sqrt{2/3} & 0 & -1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$$
ortogonal. (1p)

   c) Invertera A för dessa värden av parametrarna a, b. (1p)

3. Beräkna vinkeln mellan linjen $l : (x, y, z) = (3, 2, 1) + t(1, 0, 1)$ och planet $x + y + 3 = 0$ (angivna i en ON-bas).

4. Ett plan Π innehåller linjerna $l_1 : (x, y, z) = (2, 1, 3) + t(-1, 2, 0)$ och $l_2 : (x, y, z) = (3, 0, 4) + s(2, 1, 5)$. Bestäm avståndet mellan Π och origo $(0, 0, 0)$ (allt givet i en ON-bas).

5. Två linjära avbildningar i rummet: F och G har i en viss bas matriserna A respektive B där
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$
Bestäm matriserna för de sammansatta avbildningarna $F \circ G$, $G \circ F$ och $F \circ G - G \circ F$.

6. Bestäm matrisen för rotationen av rummet $\mathbf{R}^3$med vinkeln $\pi/2$ kring axeln $t(1, 0, 1)$ (given i en ON-bas).

7. a) Formulera spektralsatsen. (1p)

   b) Beräkna A^{30} om
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$
(2p)