Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

Tentamen TEN1 i linjär algebra TNIU 75

för BI, SL, FTL

2012-08-17 kl. 08.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $4n - 4$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Kontrollera dina svar där det är möjligt.*

1. Ange alla matriser X som uppfyller matrissambandet

$$AX + A^2 = E$$

där

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. En vektor $\overrightarrow{u}$ har i basen $e = (\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \overrightarrow{e}_3)$ koordinaterna $(1, -1, 2)$. Bestäm $\overrightarrow{u}$:s koordinater i basen $f = (\overrightarrow{f}_1, \overrightarrow{f}_2, \overrightarrow{f}_3)$ om

$$\overrightarrow{f}_1 = \overrightarrow{e}_2, \quad \overrightarrow{f}_2 = \overrightarrow{e}_3, \quad \overrightarrow{f}_3 = \overrightarrow{e}_1 + \overrightarrow{e}_3$$

3. Beräkna avståndet mellan punkten $P = (x_0, y_0, z_0)$ och planet $Ax + By + Cz + D = 0$ (allt givet i en ON-bas).

4. Linjen $l : (x, y, z) = (1, 2, 0) + t(2, -1, 2)$ projiceras ortogonalt på planet $2x - 2y + z = 0$. Beräkna den projicerade linjens ekvation. (allt givet i en ON-bas)

5. En linjär avbildning av rummet har i en ON-bas följande matrisframställning

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 \\ 4 & 7 & 4 \\ -8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Visa att avbildningen ifråga är spegling i ett plan och bestäm spegelplanet.

6. a) Formulera dimensionssatsen. (1p)

   b) Ange nollrummet och värderummet för den sneda projektionen av rummet på linjen l : $(x, y, z) = t(1, 2, 4)$ längs (parallellt med) planet $x - y + 2z = 0$. (2p)

7. a) Formulera spektralsatsen. (1p)

   b) Ange en ON-bas av egenvektorer till en linjär avbildning F som i en viss ON-bas har matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(2p)