Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
krzma@itn.liu.se

Kontrollskrivningen KTR1 i linjär algebra TNIU 75
för BI2, SL2, FTL2

2019-09-26 kl. 14.00—16.00

Jour: Krzysztof Marciniak, ITN, tfn 011-363320. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-6 poäng. Bonusgränser: 0-5 p = 0 B, 6-9 p =1 B, 10-13 p = 2 B, 14-17 p = 3 B, 18-24 p = 4 B. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. Uppgifterna är *inte* sorterade efter svårighetsgrad. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd.

1. a) Definiera begreppet *matrisinvers.* (2p)

   b) Beräkna matrisen $B^{-1}A^{-1}$ om

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

(4p)

2. Låt $e = (\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \overrightarrow{e}_3)$ vara en bas i rummet och antag att

$$\overrightarrow{f}_1 = \overrightarrow{e}_1 - \overrightarrow{e}_2, \quad \overrightarrow{f}_2 = \overrightarrow{e}_1 + \overrightarrow{e}_2, \quad \overrightarrow{f}_3 = \overrightarrow{e}_1 + \overrightarrow{e}_2 + \overrightarrow{e}_3$$

   a) Visa att $f = (\overrightarrow{f}_1, \overrightarrow{f}_2, \overrightarrow{f}_3)$ är också en bas i rummet. (2p)

   b) Antag att $\overrightarrow{u} = (2, 4, 3)$ i basen e. Ange $\overrightarrow{u}$:s koordinater i basen f. (3p)

   c) Antag att $\overrightarrow{v} = (-1, 0, 3)$ i basen f. Ange $\overrightarrow{v}$:s koordinater i basen e. (1p)

3. a) Definiera begreppet *skalärprodukt av två vektorer i rummet.* (2p)

   b) Ange vinkeln mellan vektorerna $\overrightarrow{u} = (1, -1, 2)$ och $\overrightarrow{v} = (2, 1, 1)$, givna i en ON-bas. (2p)

   c) Beräkna projektionen av vektor $\overrightarrow{u}$ på vektor $\overrightarrow{v}$. (2p)

4. a) Beräkna volymen av den parallellepiped som spänns upp av vektorerna

$$\overrightarrow{u} = (1, a, -2), \quad \overrightarrow{v} = (2, 1, 3), \quad \overrightarrow{w} = (-1, 0, 2)$$

   (givna i en ON-bas), där a är ett godtyckligt reellt tal. För vilka värden på a utgör vektorerna $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}$ en bas i rummet? (3p)

   b) Visa att om A är en godtycklig 3×3 matris och λ ett godtyckligt reellt tal då gäller att

$$\det(\lambda A) = \lambda^3 \det A$$

(3p)