Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-post: krzma@itn.liu.se

**Tentamen TEN1 i linjär algebra TNIU 75**
för BI, SL, FTL
2020-01-08 kl. 08.00—13.00

**Jour:** Krzysztof Marciniak, tel. 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-6p. För betyget $n$ ($n = 3, 4, 5$) krävs $8n - 8$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. *Kontrollera dina svar där det är möjligt.*

1. a) Definiera begreppet *matrisinvers.* (2p)

   b) Beräkna inversen till matrisen
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
(4p)

2. Bestäm ekvation för det plan som innehåller linjerna $l_1 : (x, y, z) = (1 + t, -2t, 2 - 3t)$ och $l_2 : (x, y, z) = (t, -1 - 2t, -1 - 3t)$ (givna här i ett ON-system).

3. Ange en ON-bas i rummet sådan att två av dess vektorer ligger i planet $2x - 2y + z = 0$ (givet här i ett ON-koordinatsystem).

4. Antag att $e = (\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \overrightarrow{e}_3)$ är en ON-bas i rummet. En rotation $R$ kring en axel $l$ genom origo uppfyller följande samband
$$R(\overrightarrow{e}_1) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{e}_1 + 2\overrightarrow{e}_2 + 2\overrightarrow{e}_3),\ R(\overrightarrow{e}_2) = \frac{1}{3}(2\overrightarrow{e}_1 + \overrightarrow{e}_2 - 2\overrightarrow{e}_3)$$
Bestäm $R$:s avbildningsmatris i basen $e$.

5. a) Formulera dimensionssatsen. (2p)

   b) Bestäm nollrummet $N(A)$ och värderummet $V(A)$ för matrisen
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$
(4p)

6. a) Definiera begreppen *egenvärde*, *egenvektor* och *egenrum.* (2p)

   b) Bestäm alla egenvärden och egenrum till en avbildning som i en viss ON-bas har matrisen
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
(4p)

7. Visa att för alla godtyckliga vektorer $\overrightarrow{u}$ och $\overrightarrow{v}$ i rummet gäller att
$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \frac{1}{4}\left(|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}|^2 - |\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}|^2\right)$$
där $\cdot$ betecknar skalärprodukten och $|\overrightarrow{u}|$ betecknar längden av $\overrightarrow{u}$.