Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-363320
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen i linjär algebra TNIU 75

för BI, TL, MK

2006-06-07 kl. 14.00—19.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tel. 011-363320. Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng du har. *Kontrollera dina svar där det är möjligt!*

1. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 2z = 4 \\ y + az = a \end{cases}$$
för alla värden på konstanten a.

2. a) Definiera begreppet *bas* i rummet. (1p)

   b) Ange en bas (i rummet) sådan att två av dess vektorer ligger i planet $x + y - 2z = 0$. Visa att du fick en bas bl.a. genom att visa att de vektorer du fick är linjärt oberoende. (1+1p)

3. En linje $l : (1-t, 3+t, -2t)$ projiceras på planet $\Pi : x-2y+3z = 4$ längs vektor $\overrightarrow{u} = (1, -1, 0)$. Ange den projicerade linjens ekvation.

4. En laserstråle $l : (t + 1, -2t, 3)$ reflekteras i planet $\Pi : -3y + 4z = 6$. Ange den speglade strålens ekvation.

5. a) Formulera Eulerssatsen om isometriska avbildningar i rummet. (1p)

   b) Beskriv avbildningen som i en viss ON-bas ges av matrisen:
$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$
(2p)

6. a) Ange samtliga egenvärden och egenvektorer till avbildningen F i uppgiften 5 ovanför (2p)

   b) Kan man diagonalisera F? Motivera ditt svar. (1p)

7. Beräkna avstånd från en punkt $P = (x_0, y_0, z_0)$ (given här i någon ON-bas i rummet) till planet
$$Ax + By + Cz + D = 0.$$
Svaret skall ges på en så kompakt form som möjligt.