

Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-36 33 20
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen i linjär algebra TNIU 75
för BI, TL, MK, ES, OI
2007-03-10 kl. 8.00—13.00

Jour: Zhuangwei Liu, tel. 011-36 33 21. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng du har. *Kontrollera dina svar där det är möjligt!*

1. För vilka värden på konstanten a har det nedanstående systemet entydig (dvs precis en) lösning?

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 867 \\ 3x_1 - x_2 + ax_3 = 235 \\ ax_1 + x_2 - 3x_3 = -197 \end{cases} .$$

2. Låt $\mathbf{e} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ vara en bas i rummet. Låt även

$$\vec{f}_1 = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \quad \vec{f}_2 = 3\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3, \quad \vec{f}_3 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_3.$$

- a) Visa att vektorerna $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ utgör en ny bas i rummet. (1p)
- b) Ange basbytematrisen från basen \mathbf{e} till \mathbf{f} . (1p)
- c) En vektor \vec{u} har koordinater $(1, 2, 3)$ i basen \mathbf{f} . Ange dess koordinater i basen \mathbf{e} . (1p)
3. En laser placerat i punkten $P = (1, -1, 2)$ skickar ut en stråle i riktningen $\vec{v} = (-2, 3, 7)$.
- a) Ange punkten S där strålen från P träffar planet $\Pi : 2x + 3y + z = 7$. (1.5p)
- b) Beräkna avståndet från laser till planet Π . (1.5p)
4. a) Definiera vektorprodukten av två vektorer i rummet. (1p)
- b) Beräkna volymen av den parallelepiped som spänns upp av vektorerna $(1, 0, 4), (0, 1, 2)$ och $(2, -3, 0)$ (givna här i en ON-bas). (2p)
5. a) Formulera dimensionssatsen.
- b) Ange nollrummet $N(F)$ samt värderummet $V(F)$ av en linjär avbildning F som i en ON-bas har matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 4 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

6. a) Formulera spektralsatsen. (1p)
- b) Ange en ON-bas av egenvektorer till en avbildning F som i en given ON-bas har matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -6 & 11 \end{pmatrix}.$$

(2p)

7. Visa att om λ är ett egenvärde för en *symmetrisk isometri* F så är $\lambda = 1$ eller $\lambda = -1$.