Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-36 33 20
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen i linjär algebra TNIU 75
för BI, TL, MK, ES, OI
2007-06-08 kl. 8.00—13.00

Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng du har. *Kontrollera dina svar där det är möjligt!*

1. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \end{cases}.$$

2. Ange alla matriser som kommuterar med matrisen

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

3. a) Ange matrisen A för den ortogonala projektionen av rummet på linjen

$$l : (x, y, z) = t(1, 2, -2)$$

(koordinaterna här givna i en ON-bas). (2p)

b) Ange matrisen $A^2 - A$. (1p)

4. a) Formulera dimensionssatsen. (1p)

b) För avbildningen i uppgiften 3, ange dess nollrum och värderum. (2p)

5. a) Formulera Eulerssatsen om isometriska avbildningar i rummet. (1p)

b) Visa att avbildningen som i en viss ON-bas ges av matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

(där $\alpha \in \mathbf{R}$) är en rotation följd av en spegling. (2p)

6. Beräkna A^n där

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -6 & 11 \end{pmatrix}$$

och där $n \in \mathbf{N}$ (i.e. är ett godtyckligt naturligt tal).

7. Visa att om F är en symmetrisk linjär avbildning och om $\overrightarrow{u}$ och $\overrightarrow{v}$ är dess två egenvektorer som tillhör två olika egenvärden så är dessa egenvektorer ortogonala.