Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tel. 011-36 33 20
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen i linjär algebra TNIU 75

för BI, TL, MK, ES, OI

2007-08-15 kl. 8.00—13.00

Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng du har. *Kontrollera dina svar där det är möjligt!*

1. Lös matrisekvationen
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

2. a) Definiera begreppet *skalärprodukt* mellan två vektorer. (1p)

   b) Beräkna alla vinklar i triangeln som har hörn i punkterna $A = (1, -1, 2)$, $B = (2, -3, 2)$, $C = (2, 2, 2)$ (givna i en ON-bas). (2p)

3. Beräkna avståndet mellan planen $2x - y + 3z = 7$ och $2x - y + 3z = 21$ (skrivna i en ON-bas).

4. Låt avbildning S vara speglingen i planet $3x - 2y - z = 0$ (given här i en ON-bas).

   a) Bestäm avbildningsmatrisen för S i denna bas. (2p)

   b) Ange avbildningsmatrisens determinant. (1p)

5. Låt $\overrightarrow{u} = (1, 0, -1)$ och $\overrightarrow{v} = (3, -2, 0)$ i någon höger ON-bas $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$.

   a) Välj en vektor $\overrightarrow{w}$ så att $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w})$ utgör en *vänsterorienterad* ortogonal bas. (1p)

   b) Skriv basbytematrisen från basen $\mathbf{e}$ till den nya basen. (1p)

   c) Skriv vektorn $\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{e_1}$ i de båda baserna. (1p)

6. Ange en bas som diagonaliserar avbildningen ur uppgiften 4.

7. Visa att följande räkneregler gäller för alla 2×2 matriser:
$$\det(AB) = \det A \det B, \quad \det(A^{-1}) = \frac{1}{\det A}, \quad \det(\alpha A) = \alpha^2 \det(A) \text{ där } \alpha \in \mathbf{R}.$$
(1+1+1p)