Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen i linjär algebra TNIU 75

för BI, OI, SL

2008-06-02 kl. 8.00—13.00

Jour: Krzysztof Marciniak, tfn 011-36 33 20. **Inga hjälpmedel är tillåtna.** Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng du har. *Kontrollera dina svar där det är möjligt!*

1. Lös matrisekvationen (dvs ange alla matriser X som upfyller sambandet):
$$AX = A + E$$
där
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$
och där E är 2×2 enhetsmatris.

2. För vilka a är matrisen
$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & 2a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
inverterbar?

3. Låt $\mathbf{e} = (\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \overrightarrow{e}_3)$ vara en bas i rummet. Låt även
$$\overrightarrow{f}_1 = \overrightarrow{e}_2 + \overrightarrow{e}_3, \quad \overrightarrow{f}_2 = \overrightarrow{e}_1 - \overrightarrow{e}_3, \quad \overrightarrow{f}_3 = \overrightarrow{e}_1 - \overrightarrow{e}_2.$$
a) Visa att vektorerna $\overrightarrow{f}_1, \overrightarrow{f}_2, \overrightarrow{f}_3$ utgör en ny bas i rummet. (1p)
b) En vektor $\overrightarrow{u}$ har koordinater $(1, 4, 1)$ i basen $\mathbf{e}$. Ange dess koordinater i basen $\mathbf{f}$. (2p)

4. a) Definiera begreppet *skalarprodukt* av två vektorer. (1p)
b) Bestäm vinkeln mellan planen $\Pi_1 : x+2y+z-3 = 0$ och $\Pi_2 : x-2y+2z+1 = 0$ (ON-bas). (2p)

5. Beräkna avståndet mellan planet $\Pi : -2y+z-2 = 0$ och linjen $l : (x, y, z) = (1+t, 1+t, -1+2t)$ (ON-bas).

6. Avbildningen S är spegling i planet $\Pi : 2x - 3y + z = 0$ (given här i någon ON-bas). Ange en ON-bas bestående av egenvektorer till S.

7. Beräkna A^{30} om
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$