Krzysztof Marciniak, ITN
Linköpings universitet
tfn 011-36 33 20
e-mail: krzma@itn.liu.se

Tentamen i linjär algebra TNIU 75

för BI, OI, SL

2008-08-15 kl. 8.00—13.00

Inga hjälpmedel är tillåtna. Varje uppgift bedöms med 0-3p. För betyget n ($n = 3, 4, 5$) krävs $3n - 1$ p. För att få full poäng måste du kommentera / förklara dina beräkningar. I parentes anges hur många poäng varje deluppgift är värd. Skriv på omslaget (i fältet Poäng/Credits) hur många bonuspoäng du har. *Kontrollera dina svar där det är möjligt!*

1. För vilka värden på konstanten a har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 17 \\ 3x_1 + x_2 - 2ax_3 = 33 \\ ax_1 + ax_2 - 3x_3 = -88 \end{cases} .$$

   entydig (dvs precis en) lösning?

2. Betrakta planet $\mathbf{R}^2$ med standardbasen $\overrightarrow{e}_1 = (1, 0)$ och $\overrightarrow{e}_2 = (0, 1)$. Låt P vara den ortogonala projektionen av planet på linjen $y = 0$ (dvs x-axeln) och låt R vara rotation av planet $\pi/2$ *medurs* kring origo. Ange matriser för de sammansatta avbildningarna $P \circ R$ samt $R \circ P$ i standardbasen $\mathbf{e}$.

3. Planet $\Pi : x-y+3z = 3$ skär planet $\Pi_1 : x+y+z = 1$ längs linjen l_1 och planet $\Pi_2 : x+y+z = 3$ längs linjen l_2. Ange avståndet mellan linjerna l_1 och l_2. (ON-bas)

4. a) Ange matrisen för den ortogonala projektionen P på planet $\Pi : 3x - 4y + z = 0$ (givet här i en ON-bas). (2p)

   b) Bestäm bilden $P(\overrightarrow{u})$ för vektorn $\overrightarrow{u} = (4, 3, 0)$. (1p)

5. a) Formulera dimensionssatsen. (1p)

   b) Ange en bas för nollrummet $N(F)$ och en bas för värderummet $V(F)$ för en linjär avbildning F som i en viss bas ges av matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -2 \\ 2 & -6 & -3 \\ -3 & 8 & 2 \end{pmatrix} .$$

   (2p)

6. Visa att avbildningen F som i en ON-bas ges av matrisen

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & -8 & 4 \\ -8 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

   är en ren spegling (utan rotation alltså) i ett plan.

7. Undersök om den nedanstående matrisen är diagonaliserbar.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -4 & -6 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$